

ÜBUNGSAUFGABEN „RATIONALE FUNKTIONEN“

1. Berechne die Nullstellen und skizziere die Graphen in dasselbe Koordinatensystem.

- a) $f(x) = x^4 + 4x^2 + 1$
 - b) $g(x) = x^4 + 2x^2 + 1$
 - c) $h(x) = x^4 - 4x^2 + 1$
-

2. Es sei $f_p(x) = x^4 + px^2 + 1$ ($p \in \mathbb{R}$).

- a) Berechne die Nullstellen von $f_p(x)$.
 - b) Für welche p hat $f_p(x)$ vier reelle Nullstellen?
 - c) Für welche p hat der Graph von $f_p(x)$ die Form eines W?
 - d) Besteht ein Zusammenhang zwischen den Lösungen von b) und c)? Begründe.
-

3. Gegeben sei die Funktionenschar $f_t(x) = x^3 + tx^2 + x + t$ ($t \in \mathbb{R}$).

- a) Zeige, dass $f_t(x)$ nur bei $x_0 = -t$ eine Nullstelle hat.
 - b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von $f_t(x)$ und $g_t(x) = x + t$.
-

4. Gegeben sei die Funktionenschar $f_r(x) = x^4 - (r+1)x^2 + r$ ($r \in \mathbb{R}$).

- a) Berechne die Nullstellen für $f_r(x)$ und gib an für welche r
 - i) $f_r(x)$ vier reelle Nullstellen hat,
 - ii) $f_r(x)$ genau zwei reelle Nullstellen hat,
 - iii) $f_r(x)$ keine reellen Nullstellen hat und
 - iv) $f_r(x)$ genau eine reelle Nullstelle hat.
 - b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von $f_r(x)$ und $g_r(x) = x^2 + r$.
 - c) Wie hängt die Anzahl der Schnittpunkte von r ab?
-

5. Es sei $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^2 - x - 12}$

- a) Führe alle dir möglichen Berechnungen durch, um den Graph der Funktion möglichst gut skizzieren zu können.
- b) Berechne die Schnittpunkte von $f(x)$ und $g(x) = x + 3$